

PEMODELAN KONTINU 2-D BERBASIS EFEK ELEKTOKINETIK DENGAN *FINITE ELEMENT* PENDEKATAN GALERKIN

Delia Meldra^{1*}

¹ Progam Studi Teknik Industri Universitas Putera Batam,
Jalan R. Soeprapto, Muka Kuning, Batam, Kepulauan Riau
*Email: dmeldra@gmail.com

Abstract

Method refers to a measurement of naturally electric potential on the surface. Self Potential is one of the geophysical methods that can be used to identify fluid flow in the subsurface. Finite element method has been used to fluid flow velocity modeling, current source, and potential distribution modeling based on electrokinetic effect in 2-D profile. The sign of potensial respon (negative or positive) is an important factor for the interpretation of self-potential anomalies. Finite element method is one of the numerical methods for solve the boundary value problems and the boundary conditions in the form of differential equations in Self-Potential modeling.

Keywords: Electric Current Source, Finite Element Method, Boundary Condition, Topography

1. Pendahuluan

Metode Self-Potential merupakan pengukuran perbedaan potensial alami pada permukaan bumi. Metode Self-Potential pertama kali diprakasai oleh Robert Fox pada tahun 1830 (Reynolds, 1997) dengan menggunakan elektroda lempeng tembaga yang dihubungkan dengan Galvanometer untuk mendeteksi cadangan sulfida-tembaga di CornWall, Inggris. Metode ini digunakan sejak tahun 1920 sebagai peralatan alternatif pada eksplorasi logam. Metode Self-Potential telah banyak digunakan untuk eksplorasi sulfida (Sato dan Mooney, 1960), anomali Self-Potential pada gunung api (Zlotnicki, 2003), Groundwater (Kim, 2004), aliran dangkal air tanah (A. Jardani, 2006), daerah prospek geotermal (Yasukawa, 2000), daerah terkontaminasi minyak (Zogala, 2012).

Anomali Self-Potential dapat dihasilkan oleh mekanisme difusi dan membran, potensial bioelektrik, streaming potensial, dan potensial mineral (Telford, 1990). Potensial streaming (potensial elektrokinetik) berkaitan dengan aliran air tanah dan fluida lainnya yang mengandung elektrolit melalui patahan atau pengeroposan. Metode Self-Potential dipakai untuk eksplorasi panas bumi, hal ini disebabkan karena metode ini dapat menggambarkan aliran fluida pada gunung api yang berguna untuk menentukan posisi dari sumber panas (Yasukawa, 2003). Adapun jangkauan kedalamannya sekitar 1500 m. Anomali Self-Potential dapat berkisar dari

milivolt (mV) sampai 1 Volt, dengan tanda negatif ataupun positif.

Analisa terhadap metode Self-Potential dapat dilakukan dengan pemodelan. Terdapat dua tipe pemodelan itu pemodelan kedepan dan inverse. Pemodelan kedepan merupakan pemodelan yang dilakukan untuk memperoleh respon dari model yang dibuat berdasarkan sifat-sifat fisis yang diketahui.

Pada penelitian ini dilakukan pemodelan dari metode Self-Potential dengan menggunakan teknik finite element untuk mendapatkan respon Self-Potential dipermukaan karena pengaruh aliran sebagai salah satu sumber alami dari Self-Potential, serta pengaruh kondisi geologi atau topografi. Teknik finite element merupakan salah satu teknik numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial dengan persoalan syarat batas (Boundary Value Problem) dan menerapkan syarat batas (Polycarpou, 2006). Ada beberapa pendekatan teknik finite element salah satunya yaitu pendekatan galerkin yang digunakan pada penelitian ini.

Tujuan melakukan penelitian ini adalah memodelkan respon Self-Potential dalam bentuk profil 2-D dengan menghadirkan aliran sebagai sumber alami dari Self-Potential dan dapat melihat respon yang berbasis efek elektrokinetik.

2. Landasan Teori

2.1. Self-Potential

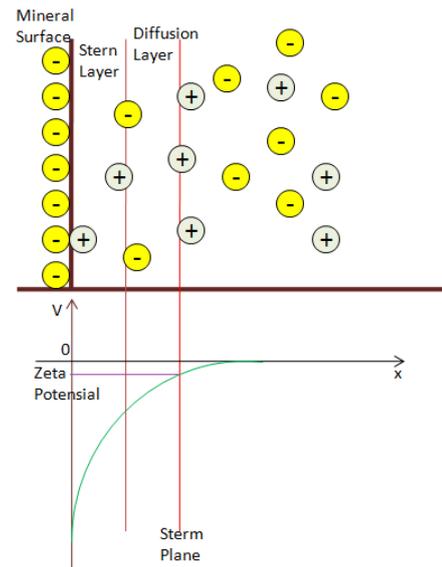
Metode ini disebut *Self-Potential* karena potensial yang dihasilkan oleh sejumlah sumber alami dari bumi tanpa adanya injeksi ke bawah permukaan bumi. Nilai beda potensial yang terukur dipermukaan kurang dari milivolt hingga satu volt, serta tanda (negatif atau positif) dari potensial yang didapat merupakan faktor penting untuk interpretasi anomali *Self-Potential*. Metode ini biasanya untuk eksplorasi dangkal, sekitar 100 m, akan tetapi dalam domain pemodelan bisa mencapai 1,5 km. Anomali *Self-Potential* dapat dihasilkan oleh mekanisme difusi dan membran, potensial bioelektrik, streaming potensial, dan potensial mineral (Telford, 1990). Difusi dan potensial membran terkait dengan konsentrasi gradien dan pergerakan ion dibawah permukaan yang menghasilkan beda potensial listrik. Pemompaan air dan filtrasi ion oleh akar tanaman akan menghasilkan potensial bioelektrik. Potensial *streaming* (potensial elektrokinetik) berkaitan dengan aliran air tanah dan fluida lainnya yang mengandung elektrolit melalui patahan.

2.2. Potensial Elektrokinetik

Potensial streaming terbentuk ketika aliran fluida melewati permukaan biji mineral yang mengandung muatan negatif. Sehingga muatan positif dari fluida akan berinteraksi dan berakumulasi permukaan biji mineral, membentuk lapisan yang disebut lapisan lisrik rangkap (*electrical double layer*), yang mana ion-ionnya terikat. Lapisan ini terdiri dari lapisan dalam yang disebut *Stem internal* di mana muatan negatif di permukaan biji mineral menarik dan mengikat ion positif dari fluida langsung pada permukaan biji mineral, dan lapisan difusi dimana sisa ion positif dari fluida tertarik tapi tidak langsung menempel ke permukaan biji mineral.

2.3. Potensial Termoelektrik

Potensial termoelektrik terjadi saat gradien temperatur melewati sampel batuan maka akan menghasilkan medan listrik. Ini disebabkan oleh perbedaan difusi termal dari ion-ion pada pori fluida serta dari elektron-elektron dan ion pada batuan. Aliran panas terkopel dan rapat arus listrik yang diakibatkan oleh *driving force*, yaitu gradien potensial dan gradien temperatur.



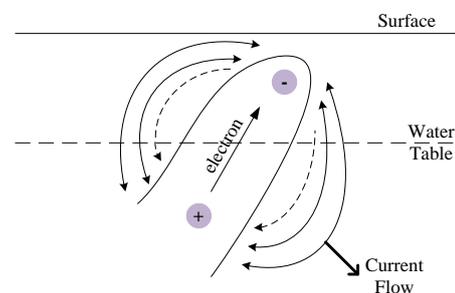
Gambar 1. Lapisan Lisrik Rangkap Pada Batas Antara Biji Mineral Dan Fluida

Sumber: redrawn Kim, 2004

2.4. Potensial Elektrokimia

Potensial difusi (*Liquid Junction*) secara transien dapat mencapai puluhan mV yang disebabkan oleh perbedaan pada mobilitas dari elektrolit-elektrolit yang mempunyai konsentrasi berbeda pada air tanah. Sedangkan potensial Nernst (*shale*) terjadi ketika terdapat perbedaan potensial antara dua elektroda yang dicelupkan pada larutan homogen dimana konsentrasi dari larutan berbeda. Potensial Nernst merupakan kasus khusus dari potensial difusi. Potensial elektrokimia merupakan kontribusi dari potensial dan potensial Nernst.

2.5. Potensial Mineral



Gambar 2. Mekanisme dari Anomali *Self-Potential*

Sumber: Sato dan Mooney, 1960

Berdasarkan Gambar II, Model Sato dan Mooney (1960) memberikan gambaran mengenai potensial mineral, walaupun belum ada hipotesa yang bisa mencakup seluruh mineral yang teramati. Ketika bagian bijih berada di atas permukaan air tanah terbentuk katoda sebagai hasil reduksi ion disekeliling elektrolit sehingga

memerlukan elektron. Sebaliknya di bawah permukaan air tanah terbentuk anoda dimana oksidasi lebih dominan dan ion kehilangan elektron-elektronnya. Peran dari bijih mineral adalah meneruskan aliran elektron dari bagian bawah ke bagian atas, sehingga hasilnya bagian atas permukaan menjadi lebih negatif (menjadi anomali negatif pada pengukuran metode *Self-Potential*) dan bagian bawah menjadi positif.

2.6. Hukum Darcy

Prinsip empiris aliran air tanah, dalam persamaan dikenal sebagai hukum Darcy.

$$\vec{v} = -\frac{k}{\eta} \nabla P \quad (1)$$

3. Metodologi Penelitian

3.1. Teknik Pengumpulan Data

Penelitian ini menggunakan pendekatan observasi dan literature untuk membantu mengumpulkan informasi penelitian. Observasi bertujuan untuk memperoleh informasi langsung hasil pengujian model penelitian. Sedangkan literature digunakan untuk menggali informasi dari pemodelan.

3.2. Metode Analisis Data

Teknik finite element merupakan salah satu teknik numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial dengan persoalan syarat batas (Boundary Value Problem) dan menerapkan syarat batas (Polycarpou, 2006). Metoda ini membagi suatu domain dengan subdomain yang lebih kecil yang disebut finite element (elemen hingga). Distribusi dari fungsi yang dicari di dalam elemen diinterpolasi berdasarkan nilai pada simpul-simpulnya. Interpolasi atau fungsi bentuk dari elemen haruslah berbentuk polynomial lengkap. Tingkat akurasi bergantung pada bentuk polynomial (seperti linier, kuadratik, atau orde yang lebih tinggi). Solusi numerik berhubungan dengan nilai-nilai fungsi yang dicari pada simpul atau ujung dari diskritisasi domain. Solusi diperoleh setelah menyelesaikan sistem persamaan linier. Terdapat dua pendekatan yang cukup sering digunakan untuk memperoleh persamaan pada teknik finite element, yaitu pendekatan variasional dan pendekatan residual terbobot. Pendekatan variasional menggunakan fungsi yang direpresentasikan dari permasalahan Boundary Value Problems. Solusi stasioner fungsi tersebut dihitung pada daerah dengan minimum dan maksimumnya dari fungsi tersebut.

Sedangkan pendekatan Galerkin diawali dengan pembuatan residu secara langsung dari persamaan diferensial yang memiliki Boundary Value Problems (BVP). Pada metoda finite element ini digunakan pendekatan residual terbobot atau disebut pendekatan Galerkin.

Beberapa permasalahan dari persamaan diferensial orde dua dengan variabel bebas yaitu dalam penentuan syarat batas. Untuk mendapatkan solusi yang unik dan spesifik dalam suatu pemodelan diperlukan suatu syarat batas, yaitu syarat batas Dirichlet dan syarat batas Neumann. Syarat batas Dirichlet merupakan syarat batas yang mempunyai nilai spesifik (atau dapat ditentukan nilainya) pada batas domainnya, sedangkan syarat batas Neumann adalah nilai gradient dari turunan solusi pada batas domain (Polycarpou, 2006).

3.3. Skema Pemodelan

Pemodelan Aliran

Melakukan perhitungan nilai *fluid head* dari aliran menggunakan teknik *finite element*. Dimana untuk kasus aliran tunak:

$$\nabla^2 P = 0 \quad (2)$$

Pemodelan *Self-Potential*

Total arus listrik yang disebabkan oleh gradien listrik dan gradien hidrolis dideskripsikan sebagai berikut:

$$\vec{J} = -L_p \nabla P - \sigma \nabla V \quad (3)$$

Untuk sifat material persamaan (3) dapat ditulis dengan menghubungkan konsep dari medan kecepatan aliran dan kecepatan cross-coupling (Revil, 1999), total rapat arus listrik JT saat ini (A/m²) dapat ditulis:

$$\vec{J} = -L_v \vec{u} + \sigma \vec{E} \quad (4)$$

Kecepatan konduktivitas *cross-coupling* dalam arah aliran horizontal satu dimensi dapat dikonversi dari konduktivitas *cross-coupling* tekanan dengan konduktivitas hidrolis *K* (Sill, 1982). Dimana hubungan yang digunakan, yaitu

$L_v = L_p / K$. Dalam medium yang tidak ada sumber arus luar (seperti arus elektroda),

divergensi dari rapat arus ($\nabla \cdot \vec{J} = 0$) adalah nol. Sehingga persamaan (4) dapat ditulis:

$$S = \nabla \cdot \sigma \vec{E} = -(\nabla L_v) \cdot \vec{u} - L_v \nabla \cdot \vec{u} \quad (5)$$

Persamaan (5) memastikan sumber arus listrik dapat dihitung jika ada perubahan dalam kecepatan konduktivitas *cross-coupling* dalam arah aliran fluida ($-\nabla L_v \cdot \vec{u} \neq 0$). Distribusi

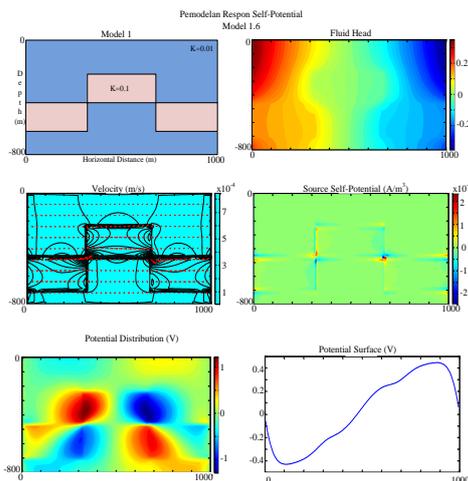
Self-Potential seluruh domain diperoleh dengan memecahkan persamaan Poisson yang berkaitan dengan semua sumber arus dan nilai-nilai konduktivitas domain:

$$\nabla^2 V = -\frac{S}{\sigma} \quad (6)$$

untuk mendapatkan distribusi serta respon *Self-Potential* dipermukaan, persamaan diferensial yang diterapkan teknik *finite element* pendekatan Galerkin yaitu persamaan (6).

4. Hasil dan Pembahasan

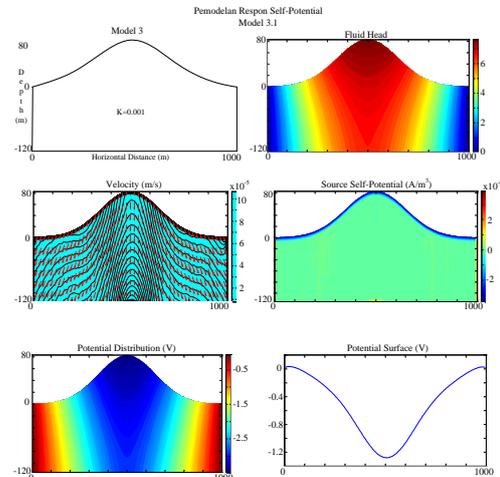
Setelah mengaplikasikan persamaan *Self-Potential* (6) kedalam teknik *finite element* dengan pendekatan Galerkin. Persamaan differensial tersebut diselesaikan menjadi sistem persamaan linier dan menetapkan syarat batas yang digunakan untuk pemodelan. Syarat batas yang diterapkan pada pemodelan ini yaitu syarat batas Dirichlet untuk sisi kiri dan kanan, sedangkan untuk sisi atas (permukaan) dan bawah diterapkan syarat batas Neumann. Kemudian pada pemodelan ini sumber yang digunakan yaitu sumber yang didapat dari mencari *fluid head*, vektor kecepatan, dan hasil akhirnya berupa sumber arus. Hasil pemodelan ini ditampilkan melalui gambar *fluid head*, vektor kecepatan, sumber *Self-Potential*, distribusi sebaran potensial dan respon *Self-Potential* dipermukaan yang disebabkan oleh sumber (A/m^3).



Gambar 3. (a) Kontur fluid head untuk model aliran fluida pada kasus topografi datar dan terdapat patahan ditengah untuk K berbeda. (b) Vektor kecepatan aliran. (c) Sumber arus (A/m^3) menggunakan operasi gradien yang melibatkan ∇ . (d) Distribusi Potensial (V). (e) Respon potensial dipermukaan

Perlakuan yang dilakukan pada model ini yang terlihat pada Gambar III yaitu membentuk lapisan

yang menyerupai patahan. Konduktivitas hidrolik pada lapisan ini lebih besar dari sekitarnya. Pada kontur kecepatan aliran terlihat aliran mengalir lebih cepat pada patahan. Respon *Self-Potential* dipermukaan yang didapat yaitu lebih negatif dikiri dan membentuk lembah pada patahan serta lebih positif di kanan dan membentuk puncak.



Gambar 4. (a) Kontur fluid head untuk model aliran fluida pada kasus topografi gunung untuk dan K homogen. (b) Vektor kecepatan aliran. (c) Sumber arus (A/m^3) menggunakan operasi gradien yang melibatkan ∇ . (d) Distribusi Potensial (V). (e) Respon potensial dipermukaan

Pada model Gambar IV yaitu domain yang menyerupai gunung, perlakuan pertama yang dilakukan pada model ini yaitu aliran mengalir dari atas keluar ke kiri dan kanan, lapisan dibuat homogen. Respon *Self-Potential* dipermukaan yang didapat yaitu lebih negatif dari dipuncak gunung dan lebih positif dibagian kiri dan kanan. Model homogen ini juga dapat digunakan sebagai validasi bahwa model yang digunakan sudah benar.

5. Kesimpulan

Berdasarkan pemodelan yang telah dilakukan dapat dikemukakan secara khusus kesimpulan dari penelitian ini dilihat sebagai berikut:

- 1) Telah dilakukan pemodelan *Self-Potential* dengan menggunakan teknik finite element. Sebaran potensial *Self-Potential* yang dimodelkan sesuai dengan nilai potensial yang diperkirakan sekitar mV sampai 1 mV, pada saat nilai sumber masih diasumsikan.
- 2) Telah dilakukan pemodelan vektor kecepatan aliran sebagai bagian dari sumber dengan

- menggunkan finite element, dan telah berhasil diterapkan pada pemodelan Self-Potential.
- 3) Pemodelan pada topografi datar dengan aliran dari kiri dan kanan, serta dilakukan beberapa perlakuan pada lapisan memperlihatkan bentuk respon yang berbeda.
 - 4) Aliran dari kiri ke kanan menghasilkan respon yang negatif dikiri dan lebih positif di kanan.
 - 5) Pemodelan dengan bentuk topografi gunung memperlihatkan respon yang berkebalikan dengan bentuk topografinya, yaitu pada puncak gunung respon yang didapat negatif, dan pada sisi kiri dan kanan lebih positif.

DAFTAR REFERENSI

- W. M. Telford, Applied Geophysics Second Edition, Cambridge University Press, Australia, 1990
- S. Kim, G. Heinson, and J. Joseph, Electrokinetic Ground Water Exploration: a New Geophysical Technique, in Roach I.C. ed. Regolith 2004. CRCLEME, pp. 181-185, 2004
- J. E. Nyquist and C. E. Corry, Self-Potential: The ugly Duckling of Environmental Geophysics, The Leading Edge, 446-451, 2002
- J. Zlotnicki and Y. Nishida. Review on Morphological Insights of Self-Potential Anomalies Volcanoes, Division of Earth and Planetary Sciences, Graduate School of Science, Hokaido University, 2003
- Yasukawa, K., Mogi T, Widarto. D, Ehara. S. Numerical Modelling of Hydrothermal Around Waita Volcano, Kyushu, Japan, Based on Resistivity and Self-Potential Survey Results. Geothermics, 32, 21-46, 2003
- Zogala, B., Mendecki, Maciej J., M. Zuberek, W., Robak, M. Application of Self-Potential Method in The Area Contaminated with Oil Derivatives. Acta Geodyn. Geomater., Vol. 9, No. 2 (166), 179-189, 2012
- Ye Zhang. Groundwater Flow and Solute Transport Modeling. University of Wyoming. 2011
- Polycarpou, C. Anastasia. 2006. An Introduction to The Finite Element Method in Electromagnetism. Morgan & Claypool Publisher: USA
- Yasukawa, K., Andan, A., Kusuma, D. S., Uchida, T. Self-Potential in The Mataloko Geothermal Prospect, Flores, Indonesia. Proceedings World Geothermal Congress 2000, Kyusu-Tohoku, Japan, May 28-June 10, 2000
- Nourbehech, B. Irreversible Thermodynamics Effect in Inhomogeneous Media and Their Application in Certain Geoelectric Problems. 121 pp
- Jardani, A., Revil, A., Akoa, F., Schmutz, M., Florsch, N., Dupont, J. P. Least Squares Inversion of Self-Potential (SP) Data And Application to The Shallow Flow of Ground Water in Sinkholes. Geophysical Research Letters, Vol. 33, L19306, doi: 10.1029/2006GL027458, 2006
- Jardani, A., Revil, A., Bdere, A., Crespy, A., Dupont, J. P., Barrash, and Malawa. Tomography of The Darcy Velocity from Self-Potential Measurement. Geophysical Research Letters, Vol. 34, L24403, doi: 10.1029/2007GL031907, 2007
- Rausch, Randolph. Groundwater Modeling An Introduction To Groundwater Flow And Solute Transport Modeling With Application. Technische Universitat Darmstadt, 2009
- Reynolds, Jhon M. An Introduction to Applied an Environmental Geophysics. John Wiley and Sons: New York